UTILITY TABLES

Table E-1. Expected number of repetitions, polyalphabetic ciphers.

Number of letters	Expected number of digraphs occurring exactly x times								
	E(2)	E(3)	E(4)	E(5)	E(6)	E(7)	E(8)	E(9)	E(10)
100	6.21	0.298	0.011						
200	21.8	2.12	0.154	0.009					
300	42.5	6.23	0.683	0.060	0.004				
400	65.3	12.8	1.87	0.220	0.022	0.002			
500	88.1	21.6	3.97	0.582	0.071	0.008			
600	110	32.3	7.11	1.25	0.184	0.023	0.003		
700	129	44.3	11.4	2.35	0.403	0.059	0.008	0.001	
800	145	57.1	16.8	3.96	0.777	0.130	0.019	0.003	
900	158	70.1	23.2	6.16	1.36	0.257	0.043	0.006	0.001
1000	169	83.0	30.6	9.03	2.21	0.466	0.085	0.014	0.002

Number of letters	Expected number of trigraphs			Number of letters	Tetragraphs		Number of letters	Penta-graphs E(2)
	E(2)	E(3)	E(4)		E(2)	E(3)		
100	0.269	0.001		100	0.010		100	
200	1.10	0.004		200	0.043		200	0.002
300	2.48	0.014		300	0.096		300	0.004
400	4.40	0.033		400	0.171		400	0.007
500	6.85	0.064		500	0.270		500	0.011
600	9.81	0.111	0.001	600	0.389		600	0.015
700	13.3	0.175	0.002	700	0.530		700	0.021
800	17.3	0.261	0.003	800	0.693		800	0.027
900	21.8	0.371	0.005	900	0.877		900	0.034
1000	26.8	0.505	0.008	1000	1.08	0.001	1000	0.042

Table E-2. Expected values of ϕr, and ϕp.

N	ϕr	ϕp	N	ϕr	ϕp	N	ϕr	ϕp	N	ϕr	ϕp	N	ϕr	ϕp
11	4.23	7.34	**29**	31	54	**47**	83	144	**65**	160	277	**83**	262	454
12	5.08	8.80	**30**	33	58	**48**	87	150	**66**	165	286	**84**	268	465
13	6.00	10.4	**31**	36	62	**49**	90	157	**67**	170	295	**85**	275	476
14	7.00	12.1	**32**	38	66	**50**	94	163	**68**	175	304	**86**	281	488
15	8.08	14.0	**33**	41	70	**51**	98	170	**69**	180	313	**87**	288	499
16	9.23	16.0	**34**	43	75	**52**	102	177	**70**	186	322	**88**	294	511
17	10.5	18.1	**35**	46	79	**53**	106	184	**71**	191	331	**89**	301	522
18	11.8	20.4	**36**	48	84	**54**	110	191	**72**	197	341	**90**	308	534
19	13.2	22.8	**37**	51	89	**55**	114	198	**73**	202	351	**91**	315	546
20	14.6	25.3	**38**	54	94	**56**	118	205	**74**	208	360	**92**	322	558
21	16.2	28.5	**39**	57	99	**57**	123	213	**75**	213	370	**93**	329	571
22	17.8	30.8	**40**	60	104	**58**	127	221	**76**	219	380	**94**	336	583
23	19.5	33.8	**41**	63	109	**59**	132	228	**77**	225	390	**95**	343	596
24	21.2	36.8	**42**	66	115	**60**	136	236	**78**	231	401	**96**	351	608
25	23.1	40.0	**43**	69	120	**61**	141	244	**79**	237	411	**97**	358	621
26	25.0	43.4	**44**	73	126	**62**	145	252	**80**	243	422	**98**	366	634
27	27.0	46.8	**45**	76	132	**63**	150	261	**81**	249	432	**99**	373	647
28	29.1	50.4	**46**	80	138	**64**	155	269	**82**	255	443	**100**	381	660

Table E-3. Factor table.

NUMBERS 1—400

1	Prime	**45**	3 5 9 15	**89**	Prime
2	Prime	**46**	2 23	**90**	2 3 5 6 9 10 15 18 30 45
3	Prime	**47**	Prime	**91**	7 13
4	2	**48**	2 3 4 6 8 12 16 24	**92**	2 4 23 46
5	Prime	**49**	7	**93**	3 31
6	2 3	**50**	2 5 10 25	**94**	2 47
7	Prime	**51**	3 17	**95**	5 19
8	2 4	**52**	2 4 13 26	**96**	2 3 4 6 8 12 16 24 32 48
9	3	**53**	Prime	**97**	Prime
10	2 5	**54**	2 3 6 9 18 27	**98**	2 7 14 49
11	Prime	**55**	5 11	**99**	3 9 11 33
12	2 3 4 6	**56**	2 4 7 8 14 28	**100**	2 4 5 10 20 25 50
13	Prime	**57**	3 19	**101**	Prime
14	2 7	**58**	2 29	**102**	2 3 6 17 34 51
15	3 5	**59**	Prime	**103**	Prime
16	2 4 8	**60**	2 3 4 5 6 10 12 15 20 30	**104**	2 4 8 13 26 52
17	Prime	**61**	Prime	**105**	3 5 7 15 21 35
18	2 3 6 9	**62**	2 31	**106**	2 53
19	Prime	**63**	3 7 9 21	**107**	Prime
20	2 4 5 10	**64**	2 4 8 16 32	**108**	2 3 4 6 9 12 18 27 36 54
21	3 7	**65**	5 13	**109**	Prime
22	2 11	**66**	2 3 6 11 22 33	**110**	2 5 10 11 22 55
23	Prime	**67**	Prime	**111**	3 37
24	2 3 4 6 8 12	**68**	2 4 17 34	**112**	2 4 7 8 14 16 28 56
25	5	**69**	3 23	**113**	Prime
26	2 13	**70**	2 5 7 10 14 35	**114**	2 3 6 19 38 57
27	3 9	**71**	Prime	**115**	5 23
28	2 4 7 14	**72**	2 3 4 6 8 9 12 18 24 36	**116**	2 4 29 58
29	Prime	**73**	Prime	**117**	3 9 13 39
30	2 3 5 6 10 15	**74**	2 37	**118**	2 59
31	Prime	**75**	3 5 15 25	**119**	7 17
32	2 4 8 16	**76**	2 4 19 38	**120**	2 3 4 5 6 8 10 12 15 20 24
33	3 11	**77**	7 11		30 40 60
34	2 17	**78**	2 3 6 13 26 39	**121**	11
35	5 7	**79**	Prime	**122**	2 61
36	2 3 4 6 9 12 18	**80**	2 4 5 8 10 16 20 40	**123**	3 41
37	Prime	**81**	3 9 27	**124**	2 4 31 62
38	2 19	**82**	2 41	**125**	5 25
39	3 13	**83**	Prime	**126**	2 3 6 7 9 14 18 21 42 63
40	2 4 5 8 10 20	**84**	2 3 4 6 7 12 14 21 28 42	**127**	Prime
41	Prime	**85**	5 17	**128**	2 4 8 16 32 64
42	2 3 6 7 14 21	**86**	2 43	**129**	3 43
43	Prime	**87**	3 29	**130**	2 5 10 13 26 65
44	2 4 11 22	**88**	2 4 8 11 22 44	**131**	Prime

Table E-3—*Continued*

132	2 3 4 6 11 12 22 33 44 66	**174**	2 3 6 29 58 87	**215**	5 43
133	7 19	**175**	5 7 25 35	**216**	2 3 4 6 8 9 12 18 24 27 36
134	2 67	**176**	2 4 8 11 16 22 44 88		54 72 108
135	3 5 9 15 27 45	**177**	3 59	**217**	7 31
136	2 4 8 17 34 68	**178**	2 89	**218**	2 109
137	Prime	**179**	Prime	**219**	3 73
138	2 3 6 23 46 69	**180**	2 3 4 5 6 9 10 12 15 18 20	**220**	2 4 5 10 11 20 22 44 55 110
139	Prime		30 36 45 60 90	**221**	13 17
140	2 4 5 7 10 14 20 28 35 70	**181**	Prime	**222**	2 3 6 37 74 111
141	3 47	**182**	2 7 13 14 26 91	**223**	Prime
142	2 71	**183**	3 61	**224**	2 4 7 8 14 16 28 32 56 112
143	11 13	**184**	2 4 8 23 46 92	**225**	3 5 9 15 25 45 75
144	2 3 4 6 8 9 12 16 18 24 36	**185**	5 37	**226**	2 113
	48 72	**186**	2 3 6 31 62 93	**227**	Prime
145	5 29	**187**	11 17	**228**	2 3 4 6 12 19 38 57 76 114
146	2 73	**188**	2 4 47 94	**229**	Prime
147	3 7 21 49	**189**	3 7 9 21 27 63	**230**	2 5 10 23 46 115
148	2 4 37 74	**190**	2 5 10 19 38 95	**231**	3 7 11 21 33 77
149	Prime	**191**	Prime	**232**	2 4 8 29 58 116
150	2 3 5 6 10 15 25 30 50 75	**192**	2 3 4 6 8 12 16 24 32 48	**233**	Prime
151	Prime		64 96	**234**	2 3 6 9 13 18 26 39 78 117
152	2 4 8 19 38 76	**193**	Prime	**235**	5 47
153	3 9 17 51	**194**	2 97	**236**	2 4 59 118
154	2 7 11 14 22 77	**195**	3 5 13 15 39 65	**237**	3 79
155	5 31	**196**	2 4 7 14 28 49 98	**238**	2 7 14 17 34 119
156	2 3 4 6 12 13 26 39 52 78	**197**	Prime	**239**	Prime
157	Prime	**198**	2 3 6 9 11 18 22 33 66 99	**240**	2 3 4 5 6 8 10 12 15 16 20
158	2 79	**199**	Prime		24 30 40 48 60 80 120
159	3 53	**200**	2 4 5 8 10 20 25 40 50 100	**241**	Prime
160	2 4 5 8 10 16 20 32 40 80	**201**	3 67	**242**	2 11 22 121
161	7 23	**202**	2 101	**243**	3 9 27 81
162	2 3 6 9 18 27 54 81	**203**	7 29	**244**	2 4 61 122
163	Prime	**204**	2 3 4 6 12 17 34 51 68 102	**245**	5 7 35 49
164	2 4 41 82	**205**	5 41	**246**	2 3 6 41 82 123
165	3 5 11 15 33 55	**206**	2 103	**247**	13 19
166	2 83	**207**	3 9 23 69	**248**	2 4 8 31 62 124
167	Prime	**208**	2 4 8 13 16 26 52 104	**249**	3 83
168	2 3 4 6 7 8 12 14 21 24 28	**209**	11 19	**250**	2 5 10 25 50 125
	42 56 84	**210**	2 3 5 6 7 10 14 15 21 30 35	**251**	Prime
169	13		42 70 105	**252**	2 3 4 6 7 9 12 14 18 21 28
170	2 5 10 17 34 85	**211**	Prime		36 42 63 84 126
171	3 9 19 57	**212**	2 4 53 106	**253**	11 23
172	2 4 43 86	**213**	3 71	**254**	2 127
173	Prime	**214**	2 107	**255**	3 5 15 17 51 85

Table E-3—*Continued*

256	2 4 8 16 32 64 128	**296**	2 4 8 37 74 148	**335**	5 67
257	Prime	**297**	3 9 11 27 33 99	**336**	2 3 4 6 7 8 12 14 16 21 24 28 42 48 56 84 112 168
258	2 3 6 43 86 129	**298**	2 149	**337**	Prime
259	7 37	**299**	13 23	**338**	2 13 26 169
260	2 4 5 10 13 20 26 52 65 130	**300**	2 3 4 5 6 10 12 15 20 25 30 50 60 75 100 150	**339**	3 113
261	3 9 29 87	**301**	7 43	**340**	2 4 5 10 17 20 34 68 85 170
262	2 131	**302**	2 151	**341**	11 31
263	Prime	**303**	3 101	**342**	2 3 6 9 18 19 38 57 114 171
264	2 3 4 6 8 11 12 22 24 33 44 66 88 132	**304**	2 4 8 16 19 38 76 152	**343**	7 49
265	5 53	**305**	5 61	**344**	2 4 8 43 86 172
266	2 7 14 19 38 133	**306**	2 3 6 9 17 18 34 51 102 153	**345**	3 5 15 23 69 115
267	3 89	**307**	Prime	**346**	2 173
268	2 4 67 134	**308**	2 4 7 11 14 22 28 44 77 154	**347**	Prime
269	Prime	**309**	3 103	**348**	2 3 4 6 12 29 58 87 116 174
270	2 3 5 6 9 10 15 18 27 30 45 54 90 135	**310**	2 5 10 31 62 155	**349**	Prime
271	Prime	**311**	Prime	**350**	2 5 7 10 14 25 35 50 70 175
272	2 4 8 16 17 34 68 136	**312**	2 3 4 6 8 12 13 24 26 39 52 78 104 156	**351**	3 9 13 27 39 117
273	3 7 13 21 39 91	**313**	Prime	**352**	2 4 8 11 16 22 32 44 88 176
274	2 137	**314**	2 157	**353**	Prime
275	5 11 25 55	**315**	3 5 7 9 15 21 35 45 63 105	**354**	2 3 6 59 118 177
276	2 3 4 6 12 23 46 69 92 138	**316**	2 4 79 158	**355**	5 71
277	Prime	**317**	Prime	**356**	2 4 89 178
278	2 139	**318**	2 3 6 53 106 159	**357**	3 7 17 21 51 119
279	3 9 31 93	**319**	11 29	**358**	2 179
280	2 4 5 7 8 10 14 20 28 35 40 56 70 140	**320**	2 4 5 8 10 16 20 32 40 64 80 160	**359**	Prime
281	Prime	**321**	3 107	**360**	2 3 4 5 6 8 9 10 12 15 18 20 24 30 36 40 45 60 72 90 120 180
282	2 3 6 47 94 141	**322**	2 7 14 23 46 161	**361**	19
283	Prime	**323**	17 19	**362**	2 181
284	2 4 71 142	**324**	2 3 4 6 9 12 18 27 36 54 81 108 162	**363**	3 11 33 121
285	3 5 15 19 57 95	**325**	5 13 25 65	**364**	2 4 7 13 14 26 28 52 91 182
286	2 11 13 22 26 143	**326**	2 163	**365**	5 73
287	7 41	**327**	3 109	**366**	2 3 6 61 122 183
288	2 3 4 6 8 9 12 16 18 24 32 36 48 72 96 144	**328**	2 4 8 41 82 164	**367**	Prime
289	17	**329**	7 47	**368**	2 4 8 16 23 46 92 184
290	2 5 10 29 58 145	**330**	2 3 5 6 10 11 15 22 30 33 55 66 110 165	**369**	3 9 41 123
291	3 97	**331**	Prime	**370**	2 5 10 37 74 185
292	2 4 73 146	**332**	2 4 83 166	**371**	7 53
293	Prime	**333**	3 9 37 111	**372**	2 3 4 6 12 31 62 93 124 186
294	2 3 6 7 14 21 42 49 98 147	**334**	2 167	**373**	Prime
295	5 59			**374**	2 11 17 22 34 187
				375	3 5 15 25 75 125

Table E-3—*Continued*

376	2 4 8 47 94 188	**385**	5 7 11 35 55 77	**395**	5 79
377	13 29	**386**	2 193	**396**	2 3 4 6 9 11 12 18 22 33
378	2 3 6 7 9 14 18 21 27 42	**387**	3 9 43 129		36 44 66 99 132 198
	54 63 126 189	**388**	2 4 97 194	**397**	Prime
379	Prime	**389**	Prime	**398**	2 199
380	2 4 5 10 19 20 38 76 95 190	**390**	2 3 5 6 10 13 15 26 30 39	**399**	3 7 19 21 57 133
381	3 127		65 78 130 195	**400**	2 4 5 8 10 16 20 25 40 50 80
382	2 191	**391**	17 23		100 200
383	Prime	**392**	2 4 7 8 14 28 49 56 98 196		
384	2 3 4 6 8 12 16 24 32 48 64	**393**	3 131		
	96 128 192	**394**	2 197		

Table E-4. Table of Primes up to 2000.

1	139	337	557	769	1013	1249	1493	1741
2	149	347	563	773	1019	1259	1499	1747
3	151	349	569	787	1021	1277	1511	1753
5	157	353	571	797	1031	1279	1523	1759
7	163	359	577	809	1033	1283	1531	1777
11	167	367	587	811	1039	1289	1543	1783
13	173	373	593	821	1049	1291	1549	1787
17	179	379	599	823	1051	1297	1553	1789
19	181	383	601	827	1061	1301	1559	1801
23	191	389	607	829	1063	1303	1567	1811
29	193	397	613	839	1069	1307	1571	1823
31	197	401	617	853	1087	1319	1579	1831
37	199	409	619	857	1091	1321	1583	1847
41	211	419	631	859	1093	1327	1597	1861
43	223	421	641	863	1097	1361	1601	1867
47	227	431	643	877	1103	1367	1607	1871
53	229	433	647	881	1109	1373	1609	1873
59	233	439	653	883	1117	1381	1613	1877
61	239	443	659	887	1123	1399	1619	1879
67	241	449	661	907	1129	1409	1621	1889
71	251	457	673	911	1151	1423	1627	1901
73	257	461	677	919	1153	1427	1637	1907
79	263	463	683	929	1163	1429	1657	1913
83	269	467	691	937	1171	1433	1663	1931
89	271	479	701	941	1181	1439	1667	1933
97	277	487	709	947	1187	1447	1669	1949
101	281	491	719	953	1193	1451	1693	1951
103	283	499	727	967	1201	1453	1697	1973
107	293	503	733	971	1213	1459	1699	1979
109	307	509	739	977	1217	1471	1709	1987
113	311	521	743	983	1223	1481	1721	1993
127	313	523	751	991	1229	1483	1723	1997
131	317	541	757	997	1231	1487	1733	1999
137	331	547	761	1009	1237	1489		